GHEORGHE ADALBERT SCHNEIDER

SĂ ÎNVĂȚĂM MATEMATICĂ FĂRĂ PROFESOR

CLASA A X – A

PROFIL TEHNOLOGIC

EDITURA HYPERION
CRAIOVA 2021

CUPRINS

1. Mulţimi de numere
1.1 Mulţimea numerelor reale
1.1.1 Puteri cu exponent întreg. Proprietăţi.
a) Noţiuni teoretice şi exemple

1. Definiţie Fiind dat numărul $a \in \mathbf{R} - \{0\}$ şi $n \in \mathbf{N}$, avem $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}$ şi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemple. a) $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$; b) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$.

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{2^4}} = 2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$.

2. Proprietăţi ale puterilor cu exponent întreg.

a) Pentru orice $a \in \mathbf{R}$ şi $m, n \in \mathbf{Z}$ avem: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.
b) Pentru orice $a \in \mathbf{R}$ şi $m, n \in \mathbf{Z}$ avem: $a^m : a^n = a^{m-n}$.
c) Pentru orice $a \in \mathbf{R}$ şi $m, n \in \mathbf{Z}$ avem: $(a^m)^n = a^{mn}$.
d) Pentru orice $a, b \in \mathbf{R}$ şi $n \in \mathbf{Z}$ avem: $(ab)^n = a^n \cdot b^n$.
e) Pentru orice $a, b \in \mathbf{R}, b \neq 0$ şi $n \in \mathbf{Z}$ avem: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.

Exemple. a) $2^{-3} \cdot 2^4 = 2^{-3+4} = 2^1$;

b) $3^5 : 3^{-3} = 3^{5-(-3)} = 3^{5+3} = 3^8$; c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{2^{-2}}{3^{-2}}$.

d) $(4^{-2})^3 = 4^{(-2)\cdot 3} = 4^{-6} = \frac{1}{4^6}$; e) $(2 \cdot 3)^{-2} = 2^{-2} \cdot 3^{-2}$.

b) Probleme rezolvate

1. Aduceţi la forma cea mai simplă: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$.

Soluţie. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = (2^{-1})^{-1} + (2^{-1})^{-2} + (2^{-1})^{-3} = 2^{(-1)(-1)} + 2^{(-1)(-2)} + 2^{(-1)(-3)} = 2^1 + 2^2 + 2^3 = 2 + 4 + 8 = 14$.

2. Aduceţi la forma cea mai simplă: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$.

Soluţie. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = (2^{-1})^{-1} = 2^1 = 2$; $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$.

Analog $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \frac{64}{27}$ şi produsul este: $2 \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{64}{27} = \frac{32}{3}$.

3. Ordonați crescător numerele: $2^{1+2+\cdots+15}$ și $3^{1+2+\cdots+13}$.

Soluție. Avem: $2^{1+2+\cdots+15}=2^{\frac{15\cdot16}{2}}=2^{120}=\left(2^3\right)^{40}=8^{40}$.

Analog $3^{1+2+\cdots+13}=3^{\frac{13\cdot14}{2}}=3^{91}>9^{40}>8^{40}\Rightarrow 3^{1+2+\cdots+13}>2^{1+2+\cdots+15}$.

4. Ordonați descrescător numerele:

$(-1)^1$; $(-2)^2$; $(-3)^3$; $(-4)^4$; $(-5)^5$.

Soluție. Avem: $(-1)^1=-1$; $(-2)^2=2^2=4$; $(-3)^3=$ $=-3^3=-27$; $(-4)^4=4^4=256$; $(-5)^5=-5^5=-3125$.

Ordinea descrescătoare este: $256, 4, -1, -27, -3125$.

c) Probleme propuse spre rezolvare

1. Calculați $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}, \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ și arătați că suma lor este egală cu: **11 12 13 14 15**

2. Calculați $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}, \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}, \left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$ și arătați că produsul lor este egală cu: **121 125 136 144 156**

3. Calculați $(-3)^4$ și $(-4)^3$ și arătați că suma lor este egală cu:

15 16 17 18 19

4. Calculați $N=2^1\cdot2^2\cdot2^3\cdot2^4\cdot2^{-7}$ și arătați că este egal cu:

5 6 7 8 9

5. Calculați $N=2^{-1}\cdot2^{-2}\cdot2^{-3}\cdot2^{-4}\cdot2^{15}$ și arătați că este egal cu:

16 24 32 40 48

6. Calculați $N=2^{-1}:2^{-2}+2^{-3}:2^{-4}+2^{-5}:2^{-6}$ și arătați că este egal cu:

4 5 6 7 8

7. Calculați $N=3^1:3^{-1}+4^1:4^{-1}+5^1:5^{-1}$ și arătați că este egal cu:

40 50 60 70 80

8. Calculați $N=2:2^2+4:4^2+8:8^2$ și arătați că este egal cu:

$\frac{5}{8}$ $\frac{6}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{9}{8}$

9. Calculați: $N=(-1)^{-1}+(-1)^{-2}+(-1)^{-3}$ și arătați că este egal cu:

−2 −1 0 1 2

10. Calculați: $N=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ și arătați că este egal cu:

−7 −6 −5 −6 0

11. Calculați: $N=\frac{2}{2^2}+\frac{2^2}{2^3}+\frac{2^3}{2^4}+\frac{2^4}{2^5}$ și arătați că este egal cu:

0 1 2 3 4

12. Calculați: $N=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

60 61 62 63 64

13. Calculați: $N=(-1)^1\cdot(-1)^2\cdot\ldots\cdot(-1)^{50}$ și arătați că este egal cu:

−2 −1 0 1 2

14. Calculați: $N=(-1)^1+(-1)^2+\cdots+(-1)^{75}$ și arătați că este egal cu:

−2 −1 0 1 2

15. Calculați: $N=((-1)^1)^2\cdot((-1)^2)^3\cdot\ldots\cdot((-1)^{25})^{26}$ și arătați că este egal cu:

−2 −1 0 1 2

16. Calculați: $N=((-1)^1)^3+((-1)^3)^5\cdot\ldots\cdot((-1)^{15})^{17}$ și arătați că este egal cu:

−10 −8 −6 0 8

17. Arătați că numerele: $\frac{2^7}{2^8}+\frac{2^9}{2^{10}}$ și $\frac{3^2}{3^3}+\frac{3^4}{3^5}+\frac{2^6}{3^7}$ sunt egale cu:

0 1 2 3 4

1.1.2 Radical dintr-un număr real pozitiv. Proprietăți ale radicalilor.

a) Noțiuni teoretice și exemple

1. Fiind dat $a \in \mathbf{R}, a \geq 0$ și $n \in \mathbf{N}$, numim **radical de ordinal** n al numărului a, unicul număr real pozitiv care ridicat la puterea n să dea valoarea a.

Notăm radicalul de ordin n al numărului real a cu $\sqrt[n]{a}$ și vom studia în continuare cazurile $n = 2, 3$, adică $\sqrt{a}$ și $\sqrt[3]{a}$.

Radicalul de ordin 2 al numărului real și pozitiv a este unica soluție pozitivă a ecuației $x^2 = a$.

Radicalul de ordin 3 al numărului real și pozitiv a este unica soluție pozitivă a ecuației $x^3 = a$.

Exemple. a) $\sqrt{4} = 2$, deoarece $2^2 = 4$ sau 2 este rădăcina pozitivă a ecuației $x^2 = 4$.
b) $\sqrt[3]{27} = 3$, deoarece $3^3 = 27$ sau 3 este rădăcina pozitivă a ecuației $x^3 = 27$.

2. Proprietățile radicalului de ordin 2 dintr-un număr real și pozitiv.

a) Dacă $a \geq 0, b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$.
b) Dacă $a \geq 0, b > 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$.
c) Dacă $a < 0, b < 0 \Rightarrow \sqrt{ab} = \sqrt{|a|} \cdot \sqrt{|b|}$.
d) Dacă $a < 0, b < 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{|a|}}{\sqrt{|b|}}$.
e) Dacă $a \in \mathbf{R} \Rightarrow \sqrt{a^2} = |a|$.
f) Dacă $a \in \mathbf{R} \Rightarrow \sqrt{a^2 b} = |a|\sqrt{b}$.
g) Dacă $a > 0 \Rightarrow a\sqrt{b} = \sqrt{a^2 b}$.
h) Dacă $a < 0 \Rightarrow a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$.
i) Dacă $a \in \mathbf{R} \Rightarrow \left(\sqrt{a}\right)^m = \sqrt{a^m}$.
j) Dacă $a \geq 0, b \geq 0$ avem: $a < b \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$ - comparare.
k) Dacă $a \in \mathbf{R}$ și $b > 0 \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ - raționalizare numitor.

l) Dacă $a > 0, b > 0, a \neq b \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ - raționalizare numitor.
m) Dacă $a > 0, b > 0, a \neq b \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$ - raționalizare numitor.

Exemple. a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$; b) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$;
c) $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$; d) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$.

3. Proprietățile radicalului de ordin 3 dintr-un număr real.

a) Dacă $a, b \in \mathbf{R} \Rightarrow \sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$.
b) Dacă $a, b \in \mathbf{R}, b \neq 0 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$.
c) Dacă $a \in \mathbf{R} \Rightarrow \sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$.
d) Dacă $a, b \in \mathbf{R} \Rightarrow a\sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a^3 b}$.
e) Dacă $a \in \mathbf{R} \Rightarrow \left(\sqrt[3]{a}\right)^m = \sqrt[3]{a^m}$.
f) Dacă $a, b \in \mathbf{R}, b \neq 0 \Rightarrow \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \frac{a\sqrt[3]{b^2}}{b}$ - raționalizare numitor.
g) Dacă $a, b \in \mathbf{R}, a \neq b \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} = \frac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}$ - raționalizare numitor.
h) Dacă $a, b \in \mathbf{R}, a \neq b \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}} = \frac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{a-b}$ - raționalizare numitor.
i) h) Dacă $a, b \in \mathbf{R}$, avem: $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$.

Exemple. a) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{3 \cdot 5} = \sqrt[3]{15}$; b) $\sqrt[3]{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{2}}$;
c) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}+\sqrt[3]{5 \cdot 2}+\sqrt[3]{2^2}}{5-2} = \frac{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{4}}{3}$;
d) $\frac{1}{\sqrt[3]{2^2}+\sqrt[3]{2 \cdot 3}+\sqrt[3]{3^2}} = \frac{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{3}}{2-3}$.

4. Formulele radicalilor compuși

Dacă $a > 0, b > 0, a^2 \geq b$ și $c = \sqrt{a^2 - b}$, atunci:

$$\sqrt{a + \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} + \sqrt{\frac{a-c}{2}} \text{ și } \sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} - \sqrt{\frac{a-c}{2}}.$$

Exemplu. Dacă avem de calculat $\sqrt{3 + \sqrt{8}}$, calculăm mai întâi $c = \sqrt{3^2 - 8} = \sqrt{9 - 8} = 1$ și apoi:

$$\sqrt{3 + \sqrt{8}} = \sqrt{\frac{3+1}{2}} + \sqrt{\frac{3-1}{2}} = \sqrt{2} + \sqrt{1} = 1 + \sqrt{2}.$$

b) Probleme rezolvate

1. Calculați: $\sqrt{4 \cdot 1{,}69} + \sqrt{9 \cdot 1{,}44} + \sqrt{16 \cdot 1{,}21}$.

Soluție. $\sqrt{4 \cdot 1{,}69} + \sqrt{9 \cdot 1{,}44} + \sqrt{16 \cdot 1{,}21} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{1{,}69} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{1{,}44} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{1{,}21} = 2 \cdot 1{,}3 + 3 \cdot 1{,}2 + 4 \cdot 1{,}1 = 2{,}6 + 3{,}6 + 4{,}4 = 6{,}2 + 4{,}4 = 10{,}6$.

2. Calculați: $\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{9}{36}}$.

Soluție. $\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{\frac{9}{36}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} + \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{36}} = \frac{2}{3} + \frac{3}{6} = \frac{4+3}{6} = \frac{7}{6}$.

3. Scoateți factorii corespunzători de sub radicali:

a) $\sqrt{200}$ b) $\sqrt{1\,200}$ c) $\sqrt{1\,500}$.

Soluție. a) $200 = 2^3 \cdot 5^2 \Rightarrow \sqrt{200} = \sqrt{2^3 \cdot 5^2} = 2 \cdot 5\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$.

b) $1\,200 = 2^4 \cdot 5^2 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt{1\,200} = \sqrt{2^4 \cdot 5^2 \cdot 3} = 2^2 \cdot 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3}$.

c) $1\,500 = 2^2 \cdot 5^3 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt{2^2 \cdot 5^3 \cdot 3} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{5 \cdot 3} = 10\sqrt{15}$.

4. Calculați: $(\sqrt{3})^3 + (\sqrt{12})^3$.

Soluție. $(\sqrt{3})^3 + (\sqrt{12})^3 = \sqrt{3^3} + \left((2\sqrt{3})\right)^3 = 3\sqrt{3} + 2^3\sqrt{3^3} = 3\sqrt{3} + 8 \cdot 3\sqrt{3} = 27\sqrt{3}$.

5. Calculați: $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{64}$.

Soluție. $\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{27} + \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2^3} + \sqrt[3]{3^3} + \sqrt[3]{4^3} = 2 + 3 + 4 = 5 + 4 = 9$.

6. Calculați: $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{\frac{125}{27}}$.

Soluție. $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} + \sqrt[3]{\frac{125}{27}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{3^3}} + \sqrt[3]{\frac{5^3}{3^3}} = \frac{2}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$.

7. Scoateți factorii corespunzători de sub radicali:

a) $\sqrt[3]{40}$ b) $\sqrt[3]{162}$ c) $\sqrt[3]{405}$.

Soluție. a) $\sqrt[3]{40} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 5} = 2 \cdot \sqrt[3]{5}$.

b) $\sqrt[3]{162} = \sqrt[3]{3^4 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt[3]{6}$.

c) $\sqrt[3]{405} = \sqrt[3]{3^4 \cdot 5} = 3 \cdot \sqrt[3]{3 \cdot 5} = 3 \cdot \sqrt[3]{15}$.

8. Calculați: $(\sqrt[3]{2})^5 + (\sqrt[3]{4})^4$.

Soluție. $(\sqrt[3]{2})^5 + (\sqrt[3]{4})^4 = \sqrt[3]{2^5} + \sqrt[3]{4^4} = 2\sqrt[3]{4} + 4\sqrt[3]{4} = 6\sqrt[3]{4}$.

9. Comparați numerele: $3\sqrt{5}$ și $5\sqrt{3}$.

Soluție. $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$ și $5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{75}$.

Însă $45 < 75 \Rightarrow \sqrt{45} < \sqrt{75} \Rightarrow 3\sqrt{5} < 5\sqrt{3}$.

10. Comparați numerele: $3\sqrt[3]{2}$ și $2\sqrt[3]{6}$.

Soluție. $3\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{54}$ și $2\sqrt[3]{6} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 6} = \sqrt[3]{48}$.

Însă $48 < 54 \Rightarrow \sqrt[3]{48} < \sqrt[3]{54} \Rightarrow 2\sqrt[3]{6} < 3\sqrt[3]{2}$.

11. Raționalizați numitorul fracției $\frac{2}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}$.

Soluție. $\frac{2}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5^2 \cdot 3}-\sqrt{3^2 \cdot 5}} = \frac{2}{\sqrt{75}-\sqrt{45}} = \frac{2(\sqrt{75}+\sqrt{45})}{75-45} = \frac{2(\sqrt{75}+\sqrt{45})}{30} = \frac{\sqrt{75}+\sqrt{45}}{15}$.

11. Raționalizați numitorul fracției $\frac{15}{3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{3}}$.

Soluție. $3\sqrt[3]{2} + 2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 2} + \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = \sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{24}$.

$$\frac{15}{3\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{3}}=\frac{15}{\sqrt[3]{54}+\sqrt[3]{24}}=\frac{15(\sqrt[3]{54^2}-\sqrt[3]{54}\cdot\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{24^2})}{54-24}=$$
$$=\frac{15(\sqrt[3]{54^2}-\sqrt[3]{54}\cdot\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{24^2})}{30}=\frac{\sqrt[3]{54^2}-\sqrt[3]{54}\cdot\sqrt[3]{24}+\sqrt[3]{24^2}}{2}.$$

12. Calculați: $\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}$.

Soluție. Pentru ambii radicali $c=\sqrt{4^2-15}=1$ și atunci:

$$\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{4+1}{2}}+\sqrt{\frac{4-1}{2}}+\sqrt{\frac{4+1}{2}}-\sqrt{\frac{4-1}{2}}=$$
$$=2\cdot\sqrt{\frac{5}{2}}=2\cdot\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}.$$

c) Probleme propuse spre rezolvare

1. Valoarea calculului: $\sqrt{4}+\sqrt{25}+\sqrt{64}$ este:

13 **14** **15** **16** **17**

2. Valoarea calculului: $\sqrt{0{,}04}+\sqrt{0{,}09}+\sqrt{0{,}25}$ este:

0,8 **0,9** **1** **1,1** **1,2**

3. Valoarea calculului: $\sqrt{\frac{4}{9}}+\sqrt{\frac{25}{36}}$ este:

$\frac{1}{2}$ 1 $\frac{3}{2}$ 2 $\frac{5}{2}$

4. Valoarea calculului: $\sqrt[3]{\frac{1\,000}{729}}+\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$ este:

$\frac{3}{8}$ 1 $\frac{16}{9}$ 2 $\frac{15}{7}$

5. Valoarea calculului: $\sqrt{4\cdot 9}+\sqrt{16\cdot 25}$ este:

23 **24** **25** **26** **27**

6. Valoarea calculului: $\sqrt[3]{8\cdot 27}+\sqrt{64\cdot 25}$ este:

43 **44** **45** **46** **47**

7. Valoarea calculului: $\sqrt{4\cdot 16}+\sqrt[3]{216\cdot 8}$ este:

17 **18** **19** **20** **21**

8. Valoarea calculului: $\sqrt{2^3\cdot 3^2}+\sqrt{2^5\cdot 3^4}$ este:

$40\sqrt{2}$ 40 $42\sqrt{2}$ 42 $44\sqrt{2}$

9. Valoarea calculului: $\sqrt{2^2\cdot 3^3}+\sqrt{2^4\cdot 3^3}$ este:

$18\sqrt{3}$ $18\sqrt{3}$ $20\sqrt{3}$ 22 $24\sqrt{3}$

10. Valoarea calculului: $\sqrt[3]{2^6\cdot 3^4}+\sqrt[3]{2^9\cdot 3^7}$ este:

$80\sqrt[3]{3}$ $81\sqrt[3]{3}$ $82\sqrt[3]{3}$ $83\sqrt[3]{3}$ $84\sqrt[3]{3}$

11. Valoarea calculului: $\sqrt{2}+(\sqrt{2})^3+(\sqrt{2})^5+(\sqrt{2})^7$ este:

$8\sqrt{2}$ $15\sqrt{2}$ $10\sqrt{2}$ $11\sqrt{2}$ $18\sqrt{2}$

12. Valoarea calculului: $\frac{3}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{8}}$ este:

$\frac{3\sqrt{2}}{4}$ $\frac{5\sqrt{2}}{4}$ $\frac{7\sqrt{2}}{4}$ $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ $\frac{11\sqrt{2}}{4}$

13. Ordonați crescător numerele: $2\sqrt{3}, 3\sqrt{2}, \sqrt{15}, 6\sqrt{2}, 2\sqrt{6}$ și arătați că cel mai mic dintre ele este:

$2\sqrt{3}$ $3\sqrt{2}$ $\sqrt{15}$ $6\sqrt{2}$ $2\sqrt{6}$

14. Ordonați crescător numerele: $2\sqrt[3]{5}, \sqrt[3]{45}, 3\sqrt[3]{2}, 2\sqrt[3]{7}, 3\sqrt[3]{3}$ și arătați că cel mai mare dintre ele este:

$2\sqrt[3]{5}$ $\sqrt[3]{45}$ $3\sqrt[3]{2}$ $2\sqrt[3]{7}$ $3\sqrt[3]{3}$

15. Valoarea calculului: $\sqrt{5+2\sqrt{6}}-\sqrt{3+\sqrt{8}}$ este:

$\sqrt{2}+1$ $\sqrt{2}-1$ $\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{3}-1$

16. Valoarea calculului: $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}$ este:

$2-\sqrt{2}$ $\sqrt{2}+1$ $\sqrt{2}+2$ $\sqrt{3}+1$ $\sqrt{3}-1$

17. Valoarea calculului: $\sqrt{7+4\sqrt{3}}-\sqrt{5+2\sqrt{6}}+\sqrt{3+\sqrt{8}}$ este: **1** **2** **3** **4** **5**

18. Valoarea calculului: $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{3-\sqrt{8}}$ este: **1** **2** **3** **4** **5**